

若戸大橋の固有振動解析—改修前—

高橋和雄*・小西保則*

Free Vibrations of Wakato Bridge before Refreshment

by

Kazuo TAKAHASHI and Yasunori KONISHI

Wakato Bridge is the oldest long span suspension bridge in Japan and the widening of the road of the bridge was carried out in 1990. The purpose of our study is to evaluate the change of dynamic properties due to this refreshment. The paper shows natural frequencies and modes of the bridge before refreshment. The vertical, torsional and horizontal vibrations are obtained by a finite element method and compared with experimental results.

1. はじめに

若戸大橋は、昭和37年に北九州市戸畑区と若松区を結ぶ洞海湾に架設された車道2車線、側方に2歩道をもつ3径間単純吊橋である。その利用交通量は、年々増加の一途をたどり、現在では36,000台に達し、著しい交通混雑をきたしている。そこで、交通混雑の緩和、今後の交通需要の増大に対応するために、4車線拡幅事業が実施されている。この車線拡幅工事前後では橋の自重、断面等が異なるため、振動性状が変化することが予想される。吊橋の耐震および風に対する安定性を検討するためには、振動性状の変化を明らかにしておくことが絶対に必要である。そこで本研究では、拡幅工事前後の固有振動数の解析を行い、拡幅工事が固有振動特性に及ぼす影響を評価しようとするものである。本論文では、まず改修前の若戸大橋の固有振動解析を行い、あわせて、拡幅工事前の固有振動数および固有振動形の計測値と比較する。解析において、微小振動の範囲では水平、ねじれおよび鉛直振動は非連成であるとして別個な取り扱いをし、解析法として断面

の変化などの評価が安易な有限要素法を用いる¹⁾²⁾。数値解析では、若戸大橋の固有振動数および固有振動形を求め、計測値との比較³⁾、ケーブルのヤング率の影響および側径間との連成効果を明らかにする。

2. 若戸大橋について

若戸大橋の側面図と改修前の標準断面を Fig. 1, 2 に示す。

型 式：2 ヒンジ補剛トラス型吊橋

橋 長：680m

径 間 割：89m+367m+89m

ケーブル：直径508mm スパイラルロープ

ハンガー： $\phi 40 \times 4$ 本/1ヵ所、ストランドロープ

補 剛 桁：中路式トラス型

主構高 $h = 4.5\text{m}$

主構間隔 $b = 19.6\text{m}$

パネル間隔 $\lambda = 4.2\text{m}$ (中央径間)

ハンガー間隔 $\delta = 8.4\text{m}$ (中央径間)

塔：フレキシブル塔

平成2年4月28日受理

*土木工学科 (Department of Civil Engineering)

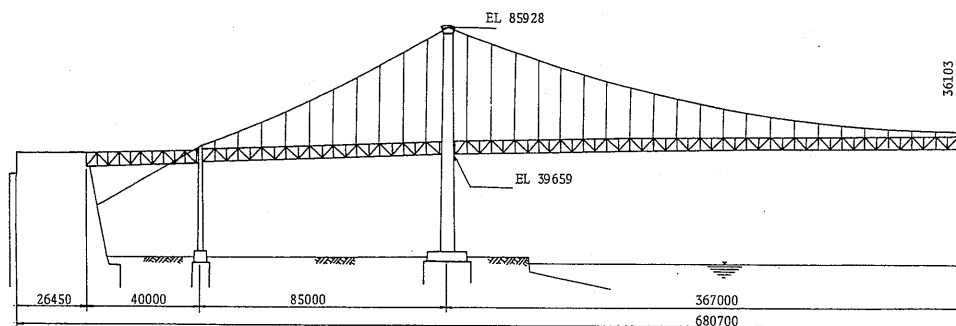


Fig. 1 Geometry of Wakato Bridge.

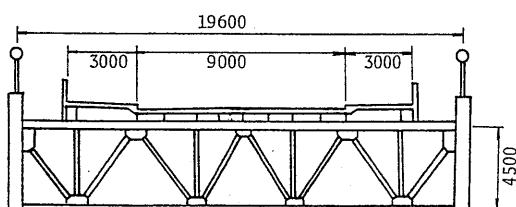


Fig. 2 Cross-section of Wakato Bridge before refreshment.

この若戸大橋において、2車線2歩道から歩道部を撤去して4車線に拡幅する工事が実施された。この工事は、床版構造の取り換え工事も含まれており、PCプレキャスト床版案、I型鋼格子床版案、鋼床版案とあったが、最終的に鋼床版に決定した。床版を鋼床版に変更するに当たって、ブロックごとの鋼床版の連続化がはかられている。この改修工事後の断面図を Fig. 3 に示す。

3. 固有振動解析法

吊橋の固有振動解析法として、エネルギー法、ガラキン法、微分方程式の直接解法および有限要素法などがある¹⁾。ここでは、改修に伴う構造部材配置の影響を比較的容易に取り入れることのできる有限要素法を用いる。固有振動解析は微小振動の範囲で十分であるから、鉛直、ねじれ、水平の各変位が独立に生じるものとする。解析にあたっては、次に示すような吊橋の撓度理論と同じ仮定に基づいて、吊橋全体の位置のエネルギーと運動エネルギーを求め、変位法を用いて離散化する方法を採用する。

4. 解析上の基本的仮定

解析においては、次の事項を仮定する。

(1) ケーブルは完全な可撓性を有する。

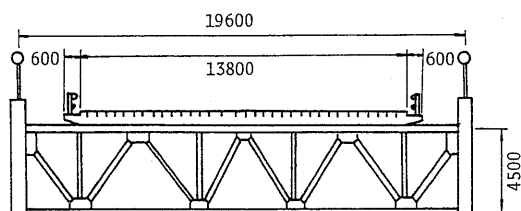


Fig. 3 Cross-section of Wakato Bridge after refreshment.

- (2) ケーブル、補剛桁の死荷重および断面性能は各径間ごとに一定である。
- (3) 補剛桁の断面は左右対称である。
- (4) 塔の伸縮および曲げは無視する。
- (5) ケーブルおよび補剛桁の死荷重は、ケーブルのみによって支えられる。
- (6) ハンガーは非常に密に配置されており、ケーブルと補剛桁は連続的にハンガーに連結される。また、ハンガーは垂直で載荷によるひずみは無視する。
- (7) 補剛桁は薄肉断面ばりとみなされ、一般のはり理論が成立する。
- (8) 補剛桁の軸方向変位を無視する。
- (9) ケーブルの付加張力は全径間から導かれる。
- (10) 載荷に伴うハンガーの傾斜を無視する。
- (11) ケーブルの水平張力は塔頂で連続とする。

5. 固有振動解析の結果と考察

固有振動解析に必要な若戸大橋の構造諸元を次に示す。なお、側径間には suffix 1 をつける。

(1) 若戸大橋固有振動解析用のデータ

a. 全体共通および鉛直振動

スパン長： $\ell = 361.2\text{m}$, $\ell_1 = 85.0\text{m}$,

$\ell_2 = 52.27\text{m}$

死荷重：ケーブル 1 本当たり主径間補剛桁 W 。

= 6.2 t/m, 側径間補剛桁 $W_{s1} = 6.3$ t/m, ケーブル $W_c = 1.4$ t/m

トラス: 主径間断面 2 次モーメント $I_v = 0.45$ m^4 , 側径間断面 2 次モーメント $I_{v1} = 0.32$ m^4 , ヤング率 $E = 2.1 \times 10^7$ t/m², 補剛トラス高 $d = 4.5$ m, 補剛トラス間隔 $b = 19.6$ m

ケーブル: 垂距 $f = 35.0$ m, $f_1 = 1.865$ m, 断面積 $A_c = 0.124$ m², ヤング率 $E_c = 2.0 \times 10^7$ t/m² (1.6×10^7 t/m²), 形状長 $L_E = 795.82$ m,

死荷重による張力

$$H_w = \frac{(W_s + W_c)\ell^2}{8f} = 3541.2t$$

b. ねじれ振動

・主径間

曲げねじれ剛性

$$I_w = 2(I_v \epsilon_v^2 + I_h \epsilon_h^2) = 122.3255 m^6$$

ねじれ剛性

$$J = \frac{4(1+\nu)(bd)^2}{\frac{\mu_v}{A_v} d^2 + \frac{\mu_h}{A_h} b^2} = 0.5363 m^4$$

極慣性モーメント

$$I_p = \frac{W_c}{g} \left(\frac{b}{2} \right)^2 + \frac{W_s}{g} r^2 = 81.08 ts^2$$

補剛トラス $\sin \theta = 0.7269$

$$\cos \theta = 0.6868$$

$$\mu_v = \frac{1}{\sin^2 \theta \cdot \cos \theta} = 2.7559$$

横構 $\sin \gamma = 0.7484$

$$\cos \gamma = 0.6633$$

$$\mu_h = \frac{1}{2 \sin^2 \gamma \cdot \cos \gamma} = 1.3460$$

$$\beta = \frac{bd}{\frac{\mu_v d^2}{A_v} + \frac{\mu_h b^2}{A_h}} = 0.01169$$

$$\epsilon_v = \frac{b}{2} + \frac{\mu_v}{A_v} \beta d = 8.4316$$

$$\epsilon_h = \frac{d}{2} + \frac{\mu_h}{A_h} \beta b = -1.9358$$

トラス高: $d = 4.5$ m,

トラス間隔: $b = 19.6$ m

弦材断面積: $A = 0.040528$ m²,

補剛トラス断面 2 次モーメント: $I_v = 0.45$ m⁴,

横構断面 2 次モーメント: $I_h = 7.7846$ m⁴,

補剛トラス斜材断面積: $A_v = 0.010598$ m²,

横構断面積: $A_h = 0.00737$ m²,

回転半径: $r = 6.511$ m

・側径間 $b = 19.6$ m, $d = 4.5$ m, $A_1 = 0.029663$ m²,

$I_{v1} = 0.32$ m⁴, $I_{h1} = 5.6977$ m⁴, $A_{v1} = 0.01037$ m², $A_{h1} = 0.0048$ m², $\mu_{v1} = 2.7559$, $\mu_{h1} = 1.3511$, $\beta = 0.000776992$, $\epsilon_{v1} = 8.8708$, $\epsilon_{h1} = -2.0367$, $r_1 = 6.508$ m,

曲げねじれ剛性: $I_{w1} = 97.6321$ m⁶,

ねじれ剛性: $J_1 = 0.3564$ m⁴,

極慣性モーメント: $I_{p1} = 81.90$ ts²

c. 水平振動

$I_h = 17.056$ m⁴, $h_t = 39.665$ m,

$h_c = 2.016$ m

なお, 断面定数 I_p, I_w, J を求めるにあたり, 断面回転中心を補剛トラスの中心とした。

(2) 固有振動数および固有振動形

Table 1 に, 鉛直, ねじれおよび水平振動の固有振動数の計算結果を, 対称, 逆対称の各 4 次まで示している。また, 表には 1988 年と 1962 年に行なわれた振動計測の結果を併記している。鉛直振動について注目すると, 対称振動は計算値と計測値がよく対応しているが, 逆対称 1 次振動において計測値が 32% 高くなっている。1988 年と 1962 年の計測値を比較すると, やはり 1988 年の計測値が 27% 高くなっている。この原因として, 1962 年の架設後しばらくして, センターステイが取り付けられたことが考えられる。センターステイの有無を考慮して行なった計算結果が Table 2 である。センターステイを考慮した場合の計算¹⁾は次の式より求めた値である。

$$\omega_n = n\pi \sqrt{\left\{ \frac{g}{8f} \left(1 + \frac{4\pi^2}{c^2 \ell^2} + \frac{128\lambda}{\pi^4} \right) \right\}}$$

$$\lambda = \frac{E_c A_c}{L_E} \cdot \frac{f^2}{H_w \ell},$$

$$c = \sqrt{H_w / EI}$$

Table 2 において, センターステイを考慮しない計算値と 1962 年の計測値, 考慮した計算値と 1988 年の計測値はそれぞれよく一致していることがわかる。また, 計算値は計測値に比べて, 1 次が低め, 高次になるにつれ高めになる傾向がある。ねじれ, 水平振動では, 計測値が, 対称 1 次振動のみしか得られていないが, それぞれ計測値が 25%, 17% 高くなっている。

Fig. 4(a)~(h), Fig. 5(a)~(h) に計算値から得られた鉛直振動と水平振動の固有振動形を示す。なお, ねじれ振動の固有振動形は, 鉛直振動と同じ形であり, 左右の弦材の位相が異なるだけである。Fig. 6(a)~(e) に計測により得られた固有振動形を示す。これを比較すると, 計算と計測により得られた固有振動形はよく一致している。

Table 1 Natural frequencies of Wakato Bridge.

		Mode	Calc. (A)	Exp. (B)	Exp. (C)	(B)/(A)
		number	(Hz)	1988 (Hz)	1962 (Hz)	
Vertical vibration	sym.	1	0.342	0.361	0.349~0.368	1.06
		2	0.496	0.513~0.518	0.518~0.520	1.04
		3	1.153	1.099~1.113	1.091~1.111	0.96
		4	2.162	1.875	—	0.87
	antisym.	1	0.252	0.332	0.261	1.32
		2	0.770	0.776~0.781	0.757~0.771	1.01
		3	1.614	1.499	—	0.93
		4	2.793	—	—	—
Torsional vibration	sym.	1	0.516	0.630~0.654	0.642~0.650	1.25
		2	1.048	—	—	—
		3	2.090	—	—	—
		4	3.549	—	—	—
	antisym.	1	0.640	—	—	—
		2	1.516	—	—	—
		3	2.764	—	—	—
		4	4.443	—	—	—
Horizontal vibration	sym.	1	0.236	0.260~0.290	—	1.17
		2	0.671	—	—	—
		3	0.950	—	—	—
		4	1.392	—	—	—
	antisym.	1	0.669	—	—	—
		2	0.838	—	—	—
		3	1.134	—	—	—
		4	1.665	—	—	—

Table 2 First anti-symmetric vertical natural frequency of Wakato Bridge.

	Calc. A (Hz)	Exp. B (Hz)	B/A
Without center tie	0.252	0.261 (1962)	1.04
With center tie	0.344	0.332 (1988)	0.97

(3) ケーブルのヤング率の影響

吊橋の鉛直、ねじれ振動において、対称振動ではケーブルに弾性伸びが生じるため、ケーブルのヤング率 E_c の影響を受ける。ケーブルのヤング率は、通常 $E_c = 2.0 \times 10^7 \text{ t/m}^2$ が使用されるが、若戸大橋設計時のヤング率は $E_c = 1.6 \times 10^7 \text{ t/m}^2$ である。その影響を比較した計算結果を Table 3 に示す。ケーブルのヤング率の大きさは、鉛直、ねじれ振動ともに対称 1 次振動に影響を及ぼすことがわかり、鉛直振動では 8%、ねじれ振動では 7%、 $E_c = 2.0 \times 10^7 \text{ t/m}^2$ のほうが高くなっ

ている。計測値と比較すると、設計時のヤング率 $E_c = 1.6 \times 10^7 \text{ t/m}^2$ を使用するの、過小評価といえる。

(4) 側径間の影響

3 径間 2 ヒンジ単純吊橋において、中央径間と側径間の連成振動の原因はケーブルの弾性伸びによる変動張力である。したがって、鉛直、ねじれの対称振動では、中央径間と側径間の振動が連成する。このことは、Fig. 4 (a)~(d) に示す固有振動形からも確認できる。Table 4 に、側径間を考慮した場合と考慮しない場合の固有振動数の計算結果を示す。鉛直、ねじれ振動ともに対称 1 次、2 次振動で側径間を考慮した場合の固有振動数が若干低くなっている。しかし、中央径間が卓越する固有振動形をもつ場合、固有振動数は側径間の影響をあまり受けないといえる。また、水平振動では、側径間はケーブル張力の影響を受けず独立の挙動を示す。そこで、中央径間と同じ解法によって計算した結果を Table 5 に示す。

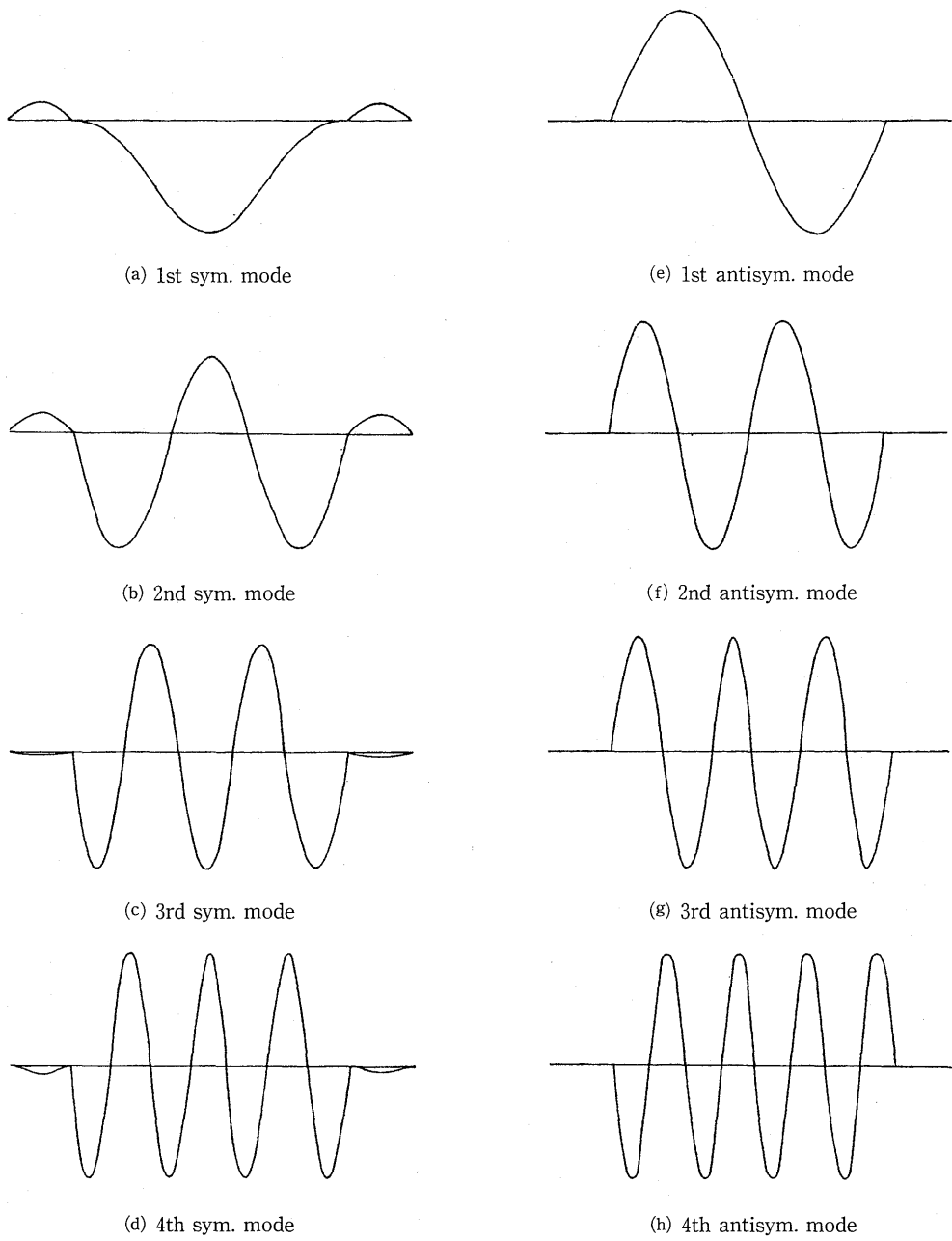


Fig. 4 (a)~(h) Modes of the vertical vibrations of Wakato Bridge.

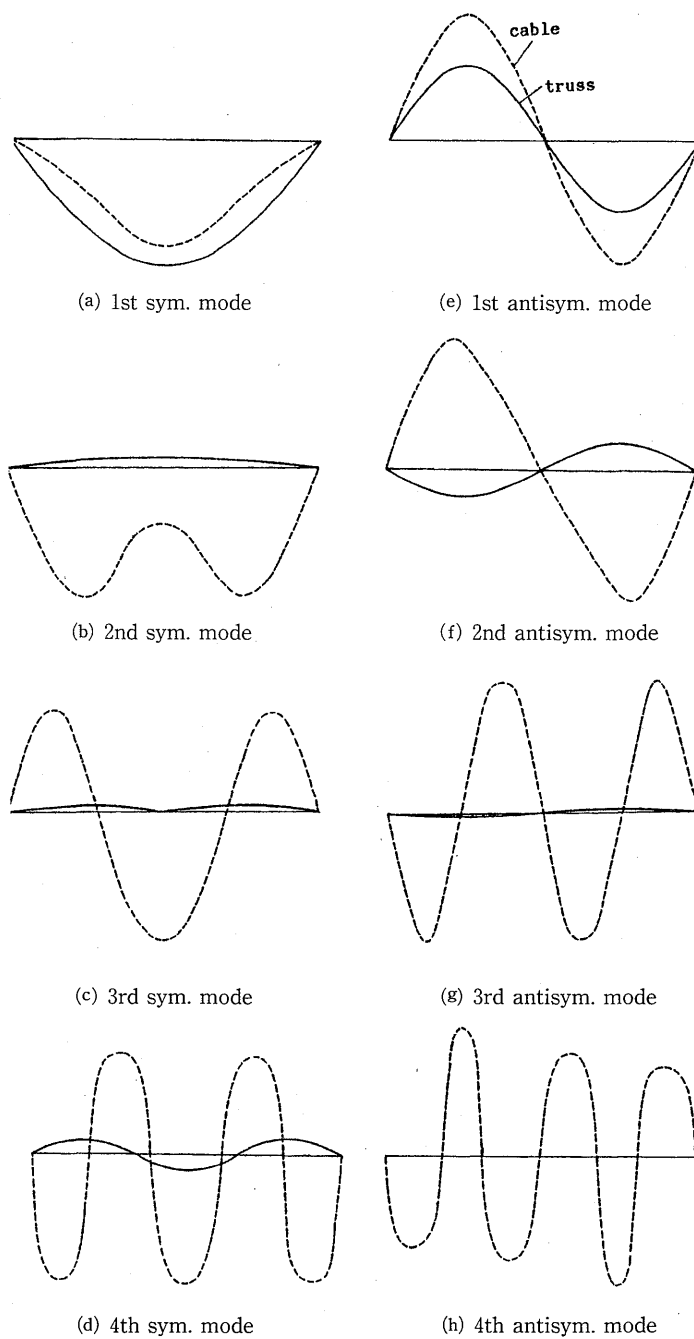


Fig. 5 (a)~(h) Modes of the horizontal vibrations of Wakato Bridge.

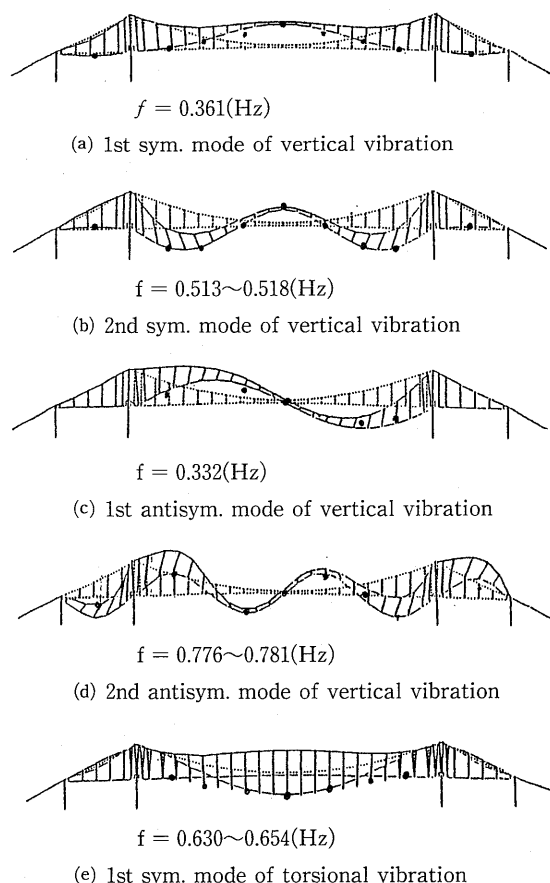


Fig. 6 (a)~(e) Modes of the vertical vibrations of Wakato Bridge, —: calculated, •: measured.

6. まとめ

若戸大橋の固有振動解析の結果を要約すると、次のとおりである。

- (1) 鉛直対称振動の固有振動数は、計算値と計測値がほぼ一致する。
- (2) 鉛直逆対称振動では、低次振動においてセンターステイの有無が大きな影響を及ぼす。センターステイが有る場合、その固有振動数は無い場合に比べて32%も大きくなる。各々の場合の計算値と計測値はほぼ一致する。
- (3) ねじれおよび水平振動では、対称1次振動の計算値が計測値よりも、それぞれ25%、17%低くなる。
- (4) ケーブルのヤング率 E_c の大きさは、鉛直およびねじれの対称振動に効くが、1次振動を除くと、その効果は小さい。若戸大橋の設計時のヤング率 $E_c = 1.6 \times 10^7 \text{t/m}^2$ は、過小評価といえる。
- (5) 鉛直およびねじれの対称振動では、中央径間と側

Table 3 Effect of elastic modulus of the cable on natural frequencies

		Mode number	$E_c = 2.0 \times 10^7 \text{t/m}^2$ (Hz)	$E_c = 1.6 \times 10^7 \text{t/m}^2$ (Hz)
Vertical vibration	sym.	1	0.342	0.318
		2	0.496	0.490
		3	1.153	1.152
		4	2.162	2.162
Torsional vibration	sym.	1	0.517	0.484
		2	1.048	1.046
		3	2.090	2.090
		4	3.549	3.549

Table 4 Effect of side span of the cable on natural frequencies
case (a): side span considered
case (b): side span neglected

		Mode number	Case (a) (Hz)	Case (b) (Hz)
Vertical vibration	sym.	1	0.342	0.358
		2	0.496	0.506
		3	1.153	1.153
		4	2.162	2.162
Torsional vibration	sym.	1	0.517	0.525
		2	1.048	1.050
		3	2.090	2.090
		4	3.549	3.549

Table 5 Horizontal natural frequencies of the side span

mode number	(Hz)
1	1.622
2	2.429
3	3.339
4	4.428

径間の間に連成が生じる。しかし、中央径間の振動が卓越する固有振動形を持つ場合、固有振動数において側径間の影響はあまりない。

- (6) 固有振動形は鉛直、ねじれおよび水平振動とも計算値と計測値が良く一致する。

謝 辞

本研究を行うにあたり、若戸大橋の視察、設計資料および振動計測結果の提供についてお世話になった日本道路公団若戸大橋工事事務所、日本構造橋梁研究所(株)乙藤憲一社長およびフジエンジニアリング(株)の枚本正信氏に感謝いたします。

参考文献

- 1) 平井 敦：鋼橋Ⅲ，技報堂，昭和42年9月
- 2) 横河工事㈱・フジエンジニアリング㈱：若戸大橋
拡幅前後の振動実験—工事前—，1988，10
- 3) Takahashi, K.: A Study of Free Vibration of
Suspension Bridges by the Finite Element
Method, Theoretical and Applied Mechanics,
Vol. 29, pp. 273-285, 1981